



研究与开发

水声通信中基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法

李娜娜, 李有明, 余明宸, 卢倩倩

(宁波大学信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 脉冲噪声干扰会严重地影响水声通信系统的性能, 提出了一种基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法。首先利用空子载波矩阵, 将脉冲噪声与高斯白噪声和有用信号分离, 然后基于压缩感知理论, 通过引入阈值迭代将脉冲噪声估计问题转化为正则化问题, 并利用阈值函数对脉冲噪声进行估计, 得到脉冲噪声的估计值, 最后在接收信号中减去脉冲噪声的估计值, 完成对脉冲噪声的抑制。仿真结果表明: 与已有估计算法相比较, 提出的方法有效降低了水声通信系统的误码率 (BER) 和均方误差 (MSE), 提高了信号传输的可靠性。

关键词: 水声通信; 脉冲噪声; 压缩感知; 阈值迭代

中图分类号: TP393

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2019010

Regularized threshold iteration method for impulsive noise suppression in underwater acoustic communication

LI Nana, LI Youming, YU Mingchen, LU Qianqian

Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Ningbo University, Ningbo 315211, China

Abstract: Impulsive noise interference can seriously affect the performance of underwater acoustic communication systems. An impulsive noise suppression method based on regularized threshold iteration was presented. Firstly, the null subcarrier matrix was used to separate impulsive noise from Gaussian white noise and useful signals. Then, based on the theory of compressed sensing, the impulsive noise estimation problem was transformed into a regularization problem by introducing a threshold iteration, and the impulsive noise was estimated by using a threshold function to obtain the estimated value of the impulsive noise. Finally, the estimated impulsive noise was subtracted from the received signal. The simulation results show that the proposed method can effectively reduce the bit error rate (BER) and mean square error (MSE), and improve the reliability of signal transmission in underwater acoustic communication environment.

Key words: underwater acoustic communication, impulsive noise, compressive sensing, threshold iteration

收稿日期: 2018-05-21; 修回日期: 2018-12-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61571250); 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY18F010010)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61571250), The Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No. LY18F010010)

1 引言

水声通信 (underwater acoustic communication, UAC) 是一种利用声波将信源信息经过水声信道可靠地传输到信宿的通信方式。水声通信是海洋水下通信的主要手段, 与陆上的无线通信相比有很大不同。水声信道的带宽只有几十 kHz, 与陆上的无线信道的几十 GHz 带宽相比, 可用带宽资源十分有限。由于受水底水面反射、折射和海洋环境的漫射效应等影响, 水声信道多径效应明显, 多径效应会引起频率选择性衰落, 造成码间串扰, 与陆上的无线通信相比, 声速比光速低很多数量级, 因此水声通信中多径效应引起的码间串扰对通信系统性能的影响更加严重。为了对抗多径效应, 多载波正交频分复用 (orthogonal frequency division multiplexing, OFDM) 技术在水声通信中已被广泛应用。水声通信系统除了受到背景噪声影响外, 还受到自然资源 and 人类活动引入的脉冲噪声的影响^[1]。脉冲噪声的自然来源有潮汐、洋流、海面波浪、热噪声、海洋生物活动和地震等。来自人类活动的脉冲噪声通常由航运、航道爆破、石油和天然气勘探与生产以及声呐设备运行等产生。脉冲噪声的功率谱密度要远远高于背景噪声的功率谱密度, 其主要影响低频 (10 ~ 500 Hz) 和中频 (500 Hz ~ 25 kHz) 的水声通信信号。脉冲噪声不仅降低了系统的信干噪比, 而且严重影响水声 OFDM 系统的性能^[2]。因此有效抑制脉冲噪声对于水声通信中信号的可靠传输具有重要意义。

脉冲噪声抑制首先在无线通信和电力线通信中得到广泛的关注和研究^[3-4]。近年来, 水声通信中脉冲噪声的抑制成为热点研究问题。常见的脉冲噪声抑制方法可以分为两类: 一类是参数辅助法, 另一类是非参数辅助法。基于参数辅助的代表方法是限幅法^[5], 参考文献[5]针对随机到达、持续时间短、功率高的脉冲噪声, 采用限幅法将

接收信号中幅度值超过判决门限值的信号认定为脉冲噪声, 并对其进行幅度值限制。此类方法虽然实现简单, 足以抑制脉冲噪声不会使 OFDM 信号失真, 但通常难以选择适当的门限值, 导致误码率和均方误差较大。非参数辅助法利用脉冲噪声随机到达、持续时间短、发生的概率很低^[6]、在时域上可视为稀疏信号这一特性, 将压缩感知 (compressed sensing, CS) 技术^[7]用于脉冲噪声抑制, 已被证明优于传统的限幅法^[8]。其中比较常见的方法有正交匹配追踪 (orthogonal matching pursuit, OMP) 法和最小二乘 (least square, LS) 法。参考文献[9]在接收端利用空子载波对脉冲噪声进行估计, 并利用 OMP 算法进行重构, 从而得到脉冲噪声的估计值。参考文献[10]应用基于凸优化的压缩感知技术检测脉冲噪声的位置, 然后利用 LS 方法估计脉冲噪声的数值。但是这两种方法对脉冲噪声的估计精度不高。

为了进一步提高脉冲噪声环境下水声通信系统的性能, 提出基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法。首先在基于 OFDM 的水声通信系统中, 利用空子载波矩阵将脉冲噪声与高斯白噪声和有用信号分离开来。然后利用脉冲噪声的时域稀疏特性, 构造估计脉冲噪声的问题模型, 再将非凸的 NP 问题转化为正则化问题, 最后利用阈值迭代方法估计出噪声信号中的脉冲噪声, 并从接收信号中减去脉冲噪声的估计值, 实现对脉冲噪声的抑制。仿真结果验证了新算法的有效性。

2 系统模型

本文考虑基于 OFDM 技术的水声通信系统。假设 OFDM 符号的持续时间为 T , 循环前缀的长度为 L_{cp} , 子载波间隔为 $\Delta f = 1/T$, 子载波总数为 K , 空子载波数为 N , 载波频率为 f_c , 总子载波集合、数据子载波集合和空子载波集合分别记为 S 、 S_D 、 S_N , 且 $S_D \cup S_N = S$, $S_D \cap S_N = \emptyset$ 。基于 OFDM 的水声通信系统总体架构如图 1 所示。

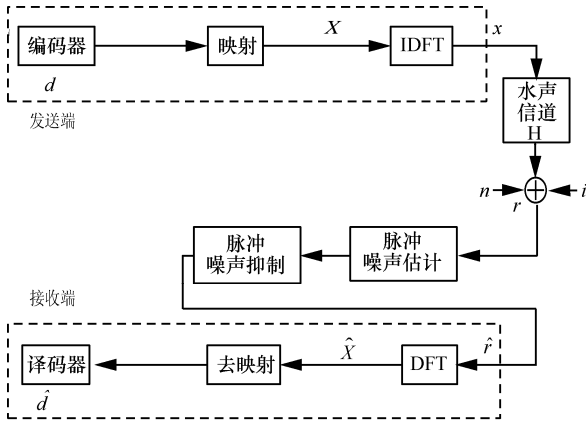


图1 基于 OFDM 的水声通信系统总体架构

在第 k 个子载波上传输的信息符号位为 $d[k]$ ，输入信息经过编码器编码和离散傅里叶变换、加 CP 后，在基带上传输的信号可以表示为：

$$x(t) = \sum_{k \in S_D} d[k] e^{j2\pi k \Delta f t} \quad (1)$$

该信号在水声信道上传输。假设水声环境下多径信道的多径数为 P ，则第 p 条路径的复振幅为 ξ_p ，时间延迟为 τ_p ，这时第 k 个子载波上的水声信道的频率响应可以表示为：

$$H[k] = \sum_{p=1}^P \xi_p e^{-j2\pi k \Delta f \tau_p} \quad (2)$$

经过水声信道和接收机的预处理^[11]之后，去掉 CP，则接收端输出信号为：

$$r(t) = e^{j2\pi \epsilon t} \sum_{k \in S_D} H[k] d[k] e^{j2\pi k \Delta f t} + i(t) + n(t) \quad (3)$$

其中， ϵ 是发送端和接收端相对运动产生的多普勒频移， $n(t)$ 是均值为 0、方差为 σ^2 的高斯白噪声， $i(t)$ 是水声环境下的脉冲噪声，通常服从高斯混合 (Gaussian mixture, GM) 模型^[12]。其概率密度函数可以表示为：

$$f = \sum_{s=0}^S p_s N(0, \gamma_s^2) \quad (4)$$

其中， p_s 是第 s 个分量出现的概率，且 $\sum_{s=0}^S p_s = 1$ ，

γ_s^2 是第 s 个分量的方差。

将式 (3) 离散化得到：

$$r(n) = e^{j2\pi \epsilon n} \sum_{k \in S_D} H[k] d[k] e^{j2\pi k n / K} + i(n) + n(n) \quad (5)$$

这样 K 个子载波上信道输出信号与输入信号的关系用矩阵形式表示为：

$$r = \begin{bmatrix} r(0) \\ r(1) \\ \vdots \\ r(K-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & e^{j2\pi \epsilon} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{j2\pi \epsilon (K-1)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} H[0] & & & \\ & H[1] & & \\ & & \ddots & \\ & & & H[K-1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d[0] \\ d[1] \\ \vdots \\ d[K-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i[0] \\ i[1] \\ \vdots \\ i[K-1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n[0] \\ n[1] \\ \vdots \\ n[K-1] \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中， $D(\epsilon) = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & e^{j2\pi \epsilon} & & \\ & & \ddots & \\ & & & e^{j2\pi \epsilon (K-1)} \end{bmatrix}$ 为多普勒频

移矩阵， $A_H = \begin{bmatrix} H[0] & & & \\ & H[1] & & \\ & & \ddots & \\ & & & H[K-1] \end{bmatrix}$ 为水声

信道对角矩阵， F 为维数为 $K \times K$ 的离散傅里叶变换 (discrete Fourier transform, DFT) 范德蒙德矩阵， F^H 为 F 的厄米特变换。

因此，基于 OFDM 的水声通信系统接收信号模型可表示为：

$$r = D(\epsilon) F^H A_H d + i + n \quad (7)$$

3 基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制

由于脉冲噪声干扰大，严重影响了水声通信

的质量, 因此必须对其进行抑制。考虑到脉冲噪声在时域上具有稀疏特性, 所以利用压缩感知理论, 提出了一种基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法, 具体做法如下。

首先构造一个维数为 $N \times K$ 的空子载波矩阵, 记为 Φ 。 Φ 由 F 中的第 $K-N$ 行至第 K 行构成。根据 OFDM 符号各个子载波之间的正交性, 用 Φ 乘以接收信号 r , 得到 N 个空子载波上的输出信号:

$$\begin{aligned} y &= \Phi r \\ &= \Phi D(\varepsilon) F^H A_H d + \Phi i + \Phi n \\ &= \Phi i + n_\phi \end{aligned} \quad (8)$$

其中, $n_\phi = \Phi n$ 。由于 Φ 为正交矩阵, 因此 n_ϕ 仍服从高斯分布, 且协方差矩阵不变。

然后利用脉冲噪声在时域上的稀疏特性, 构造问题模型如下:

$$\begin{aligned} \hat{i}_p &= \arg \min_i \|i\|_0 \\ \text{s.t. } &\|y - \Phi i\|_2 \leq \varsigma \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\|\cdot\|_0$ 为 L_0 范数符号, $\|\cdot\|_q$ 为 L_q 范数符号, 其定义为 $\|x\|_q = (\sum_{i=1}^N |x_i|^q)^{\frac{1}{q}}$, ς 是与背景高斯白噪声 n_ϕ 的方差相关的正数。由此通过求解式 (9) 问题的最小解, 得到脉冲噪声的估计值 $\hat{i}_p$ 。但式 (9) 问题是一个 NP 问题。为此将该问题转化为如下正则化问题:

$$\hat{i}_p = \arg \min_i \|y - \Phi i\|_2^2 + \lambda \|i\|_0 \quad (10)$$

其中, λ 为正则化参数, $\lambda > 0$ 。

为了求解正则化问题的近似解, 通常采用 q 范数代替 0 范数, 其中, $q \in (0, 1)$ 。如参考文献[13]所提到的, 当 $q \in [1/2, 1)$ 时, q 值越小, 所求解的问题的稀疏度越小; 当 $q \in (0, 1/2]$ 时, 正则化问题的性能没有显著差异。因此取 $q = 1/2$, 并将式 (10) 问题转化为:

$$\hat{i} = \arg \min_i \left\{ \|y - \Phi i\|_2^2 + \lambda \|i\|_{1/2}^{1/2} \right\} \quad (11)$$

对于式 (11) 问题, 首先使用一阶最优性条件得到:

$$i = \left(I + \frac{\lambda}{2} \nabla \left(\|i\|_{1/2}^{1/2} \right) \right)^{-1} (i + \Phi^T (y - \Phi i)) \quad (12)$$

其中, I 是单位矩阵, $\nabla \left(\|i\|_{1/2}^{1/2} \right)$ 是惩罚因子 $\|i\|_{1/2}^{1/2}$ 的梯度算子。

接下来, 使用迭代方法, 将式 (12) 问题写成如下形式:

$$i_{j+1} = \left(I + \frac{\lambda}{2} \nabla \left(\|i_j\|_{1/2}^{1/2} \right) \right)^{-1} (i_j + \Phi^T (y - \Phi i_j)) \quad (13)$$

其中, $j+1$ 和 j 分别表示当前和上一次的迭代次数。

对于脉冲噪声 i 的每一个估计值 $\hat{i}$, 定义仿射函数见式 (14), 计算每次迭代后的脉冲噪声更新估计值:

$$A(\hat{i}_j) = \hat{i}_j + \Phi^T (y - \Phi \hat{i}_j) \quad (14)$$

其中, $\hat{i}_{j+1}$ 和 $\hat{i}_j$ 分别表示当前和上一次迭代的脉冲噪声估计值。

根据参考文献[14], 脉冲噪声的迭代估计表达式为:

$$\hat{i}_{j+1} = h(A(\hat{i}_j)) \quad (15)$$

这里 h 是具有正门限的阈值函数, 具体表示如下:

$$h(A(\hat{i}_j)) = \begin{cases} f(A(\hat{i}_j)), & |A(\hat{i}_j)| > t^* \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

其中, 函数 f 和门限值 t^* 在参考文献[12]中给出, t^* 是阈值函数的门限值, 是与正则化参数 λ 有关的正数, 具体表示为:

$$f(A(\hat{i}_j)) = \frac{2}{3} A(\hat{i}_j) \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{2}{3} \varphi_\lambda(A(\hat{i}_j)) \right) \right) \quad (17)$$

$$\varphi_\lambda(A(\hat{i}_j)) = \arccos \left(\frac{\lambda}{8} \left(\frac{|A(\hat{i}_j)|}{3} \right)^{-\frac{3}{2}} \right) \quad (18)$$



$$t^* = \frac{\sqrt[3]{54}}{4} \lambda^{2/3} \quad (19)$$

这里 λ 为可以通过交叉验证的方法求解, 如 K 折交叉验证^[15], 但是这种求解方法的复杂度较高。在一些先验信息, 例如问题稀疏度已知的条件下, λ 有如下闭式计算式^[14]:

$$\lambda_j = \frac{\sqrt{96}}{9} \|\Phi\|^2 \left[A(\hat{i}_j) \right]_{s+1}^{\frac{3}{2}} \quad (20)$$

其中, s 为脉冲噪声稀疏度, $\left[A(\hat{i}_j) \right]_{s+1}$ 是对仿射函数 $A(\hat{i}_j)$ 中的每个元素进行降序排列后的第 $s+1$ 个,

设定判决阈值为 ς , 当 $\frac{\|\hat{i}_p - \hat{i}_{p-1}\|_2}{\|\hat{i}_{p-1}\|_2} < \varsigma$ 时, 结束迭代, 输出此时的脉冲噪声估计值 $\hat{i}_p$ 。

上述算法的流程如下。

输入: 观测值 y , 观测矩阵 Φ , 稀疏度 s , 判决阈值 ς 。

初始化: 迭代初值 $\hat{i}_0 = \Phi^\dagger y$ 。

计算仿射函数 $A(\hat{i}_j)$ 并对其进行降序排列;

根据式 (20) 计算正则化参数 λ ;

根据式 (19) 计算阈值函数的门限值 t^* ;

计算阈值函数 $h(A(\hat{i}_j))$, 根据式 (15) 进行

迭代;

若 $\frac{\|\hat{i}_p - \hat{i}_{p-1}\|_2}{\|\hat{i}_{p-1}\|_2} < \varsigma$, 则跳到输出脉冲噪声估计

值, 反之跳回上一步。

输出: 脉冲噪声估计值 $\hat{i}_p$ 。

最后, 在接收到的信号 r 中减去脉冲噪声的估计值 $\hat{i}_p$, 即可得到抑制掉脉冲噪声后的接收信号 $\hat{r} = r - \hat{i}_p$ 。

4 仿真结果与分析

本节利用 MATLAB 仿真实验分别比较了 4 种基于压缩感知理论的脉冲噪声抑制方法的性能。

这些方法包括: 限幅法^[7]、正交匹配追踪法^[8]、最小二乘法^[9]和本文方法。在仿真中, 数据符号采用 QPSK 调制方式, 水声 OFDM 通信系统的其他仿真参数设置如下: 子载波总数为 128, 其中空子载波个数为 30 或 60, 多径数目为 4, 每条路径的时间间隔服从指数分布, 增益服从瑞利分布。多普勒频移在 $\varepsilon \in [-\frac{\Delta f}{2}, \frac{\Delta f}{2}]$ 范围内随机产生, 判决阈值 ς 设为 10^{-5} 。接收信号中不仅有高斯白噪声, 还叠加有脉冲噪声干扰, 其分布按照高斯混合分布 $p_s \in (0.8, 0.12, 0.08)$, $\gamma_s^2 \in (1, 10, 100)$ 产生。仿真中在 128 个 OFDM 基带采样点中的 s 个位置随机加入脉冲噪声, 同时脉冲噪声和背景噪声的功率比固定为 35 dB, 而分别比较了信噪比 SNR 为 5 dB 和 25 dB 的情形。

为了比较不同脉冲噪声抑制方法之间的性能, 分别定义信噪比 (SNR)、误码率 (BER)、均方误差 (MSE) 为:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{E[\|FA_H d\|^2]}{E[\|n\|^2]} \\ \text{BER} &= \frac{N_f}{N_{\text{all}}} \\ \text{MSE} &= \frac{1}{K} \|i - \hat{i}_p\|_2 \end{aligned} \quad (21)$$

其中, N_f 为错误码元的个数, N_{all} 为传输总码元数。

图 2 是各方法误码率随信噪比的变化曲线, 其中图 2 (a)、图 2 (b) 分别对应空子载波数为 30 和 60。从仿真结果看, 4 种方法随着信噪比的增加, 误码率均呈下降趋势, 并且本文方法的误码率明显低于其他 3 种算法。进一步, 随着空子载波个数的增加, 4 种方法的误码率性能均有所提升, 这是因为空子载波个数越多, 空子载波矩阵能更加准确地提取接收信号的信息, 从而更准确地估计脉冲噪声。

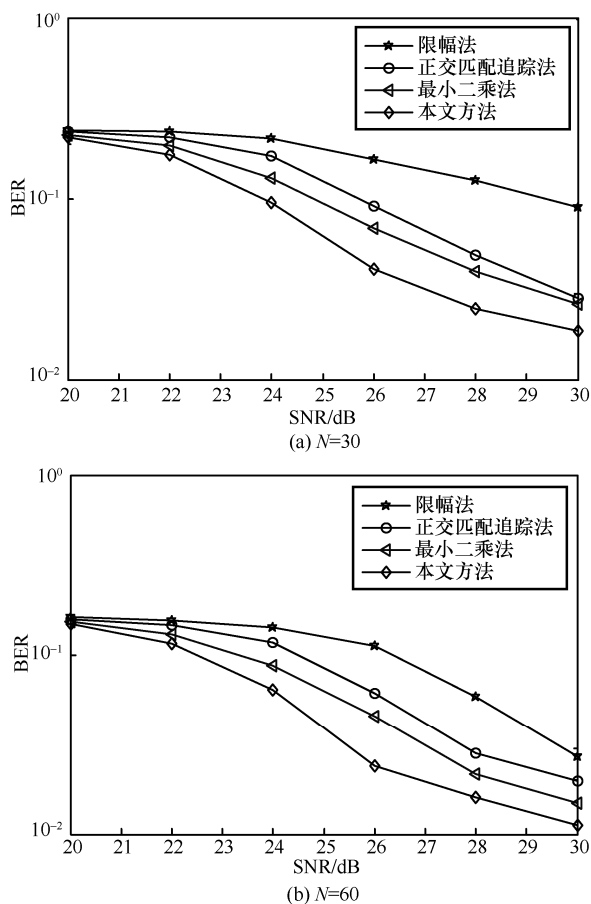


图2 4种算法的误码率比较

图3是各方法均方误差随信噪比的变化曲线,其中图3(a)、图3(b)分别对应空子载波数为30和60。从仿真结果看,4种方法随着信噪比的增加,均方误差均呈下降趋势,并且本文方法的均方误差明显低于其他3种算法。进一步,随着空子载波个数的增加,4种方法的均方误差性能均有所提升,图3(b)与图3(a)相比,本文方法在均方误差为 10^{-1} 时,信噪比要显著提高10 dB。

图4是各方法误码率随空子载波数的变化曲线,其中图4(a)、图4(b)分别对应信噪比为5 dB和25 dB。从仿真结果看,4种算法随着空子载波数的增加,误码率均呈下降趋势,并且本文方法的误码率明显低于其他3种算法。进一步,随着信噪比的增加,4种方法的误码率性能均有所提升,这是因为信噪比越大,脉冲噪声对系统的干扰就越小,系统的误码率就会变小。在图4(a)

中,当空子载波个数达到55个以上时,本文方法的误码率能降到 10^{-2} 以下。

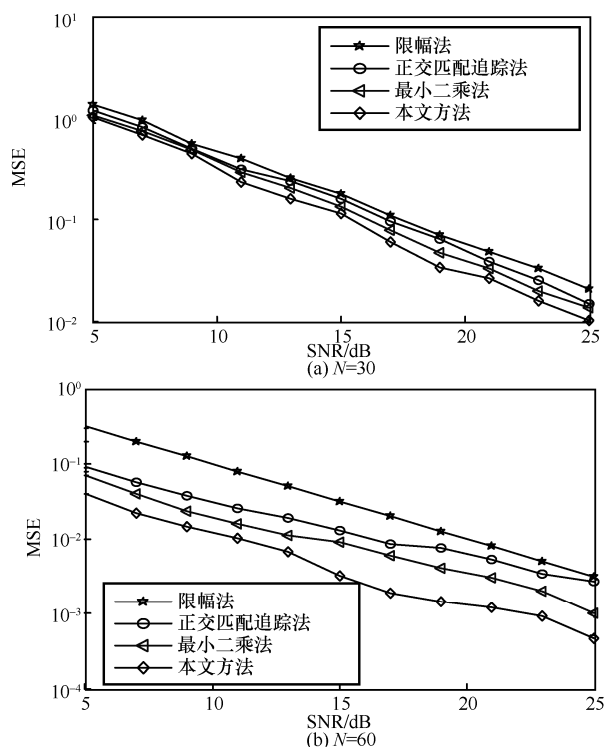


图3 4种算法的均方误差比较

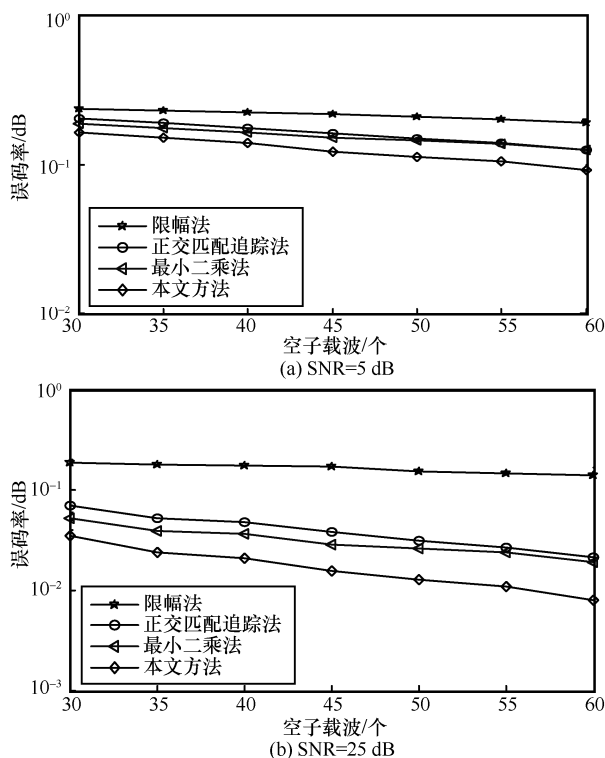


图4 4种算法的误码率比较



图 5 是本文方法均方误差随稀疏度参数误差的变化曲线。从仿真结果看,随着稀疏度参数误差的增大,均方误差呈上升趋势。这是因为稀疏度参数误差增大,导致正则化参数误差增大,即阈值函数的门限值误差增大,门限值过大不足以抑制脉冲噪声,门限值过小又会滤除有用信号,导致算法均方误差变大。当稀疏度参数误差达到 8% 以上时,本文方法的均方误差上升到 10^{-2} 以上。

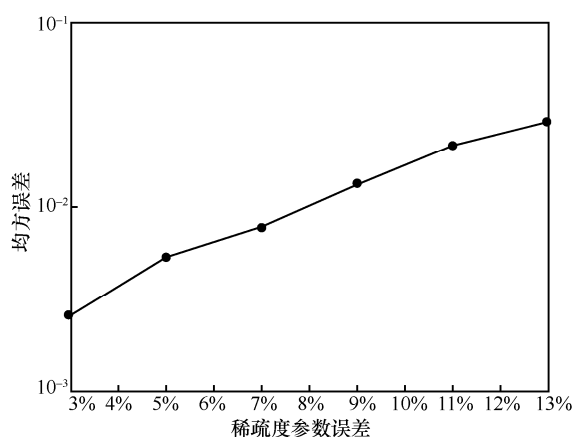


图 5 本文方法的均方误差随稀疏度参数误差的变化曲线

5 结束语

针对基于 OFDM 的水声通信系统的脉冲噪声干扰,提出了一种基于正则化阈值迭代的脉冲噪声抑制方法。该方法首先利用空子载波矩阵,将脉冲噪声与高斯白噪声和有用信号分离开来。然后利用阈值迭代方法估计出脉冲噪声。最后在接收端实现对脉冲噪声的抑制。仿真结果分别从误码率和均方误差等方面对算法性能进行了比较,相较于文中的其他 3 种算法,所提方法在不同的信噪比和空子载波个数下均具有较好的性能。但是本文方法对脉冲噪声进行估计依赖于脉冲噪声的稀疏度,在稀疏度未知的情况下,估计性能会有所下降。因此,下一步的工作是在脉冲噪声稀疏度未知的情况下,研究水声通信中的脉冲噪声抑制方法。

参考文献:

- [1] 周桂莉, 李有明, 余明宸, 等. 水声通信系统中基于迭代自适应的脉冲噪声抑制方法[J]. 电信科学, 2017, 33(11): 66-72.
ZHOU G L, LI Y M, YU M C, et al. Iterative adaptive impulse noise suppression method in underwater acoustic communication system[J]. Telecommunications Science, 2014, 33(11): 66-72.
- [2] CHITRE M, ONG S H, POTTER J. Performance of coded OFDM in very shallow water channels and snapping shrimp noise[C]//OCEANS 2005 MTS/IEEE, June 26, 2005, Washington, DC, USA. Washington DC: IEEE Computer Society, 2005: 996-1001.
- [3] ZHIDOV S V. Performance analysis and optimization of OFDM receiver with blanking nonlinearity in impulsive noise environment[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2006, 55(1): 234-242.
- [4] JUWONE F H, GUO Q, HUANG D, et al. Deep clipping for impulsive noise mitigation in OFDM-based power-line communications[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014, 29(3): 1335-1343.
- [5] GUO Y, SUN H, CHENG E, et al. Impulsive noise suppression and signal distortion effect mitigation in underwater acoustic OFDM system[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(7): 181-189.
- [6] KUAI X, SUN H, ZHOU S, et al. Impulsive noise mitigation in underwater acoustic OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2016, 65(10): 8190-8202.
- [7] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [8] GUO Y, SUN Y, CHENG E, et al. Impulsive noise suppression and signal distortion effect mitigation in underwater acoustic OFDM system[J]. Journal of Convergence Information Technology, 2012(7): 181-189.
- [9] SUN H, SHEN W, WANG Z, et al. Joint carrier frequency offset and impulsive noise estimation for underwater acoustic OFDM with null subcarriers[C]//OCEANS 2012, Oct 14-19, 2012, Hampton Roads, VA, USA. Washington DC: IEEE Computer Society, 2012: 1-4.
- [10] WANG H, ZHANG X, LIU Y, et al. Study of noise mitigation for underwater acoustic channel[C]//International Industrial Informatics and Computer Engineering Conference, January 10, 2015, Xi'an, China. Paris: Atlantis Press, 2015.
- [11] BERGER C R, WANG Z, HUANG J, et al. Application of compressive sensing to sparse channel estimation[J]. IEEE Communications Magazine, 2010, 48(11): 164-174.
- [12] BANERJEE S, AGRAWAL M. On the performance of underwater communication system in noise with Gaussian Mixture statistics[C]//Twentieth National Conference on Communica-

- tions, Feb 28 –March 2, 2014, Kanpur, India. Piscataway: IEEE Press, 2014: 1-6.
- [13] ZONG B, HAI L, WANG, et al. Representative of $L_1/2$ regularization among L_q ($0 < q \leq 1$) regularizations: an experimental study based on phase diagram[J]. Journal of Automation, 2012, 38(7): 1225-1228.
- [14] XU Z, CHANG X, XU F, et al. $L_1/2$ Regularization: a thresholding representation theory and a fast solver[J]. IEEE Transactions on Neural Networks & Learning Systems, 2012, 23(7): 1013.
- [15] GRIMM K J, MAZZA G L, DAVOUDZADEH P. Model selection in finite mixture models: a k-fold cross-validation approach[J]. Structural Equation Modeling A Multidisciplinary Journal, 2017, 24(2): 1-11.

[作者简介]



李娜娜(1992-), 女, 宁波大学信息科学与工程学院硕士生, 主要研究方向为水声通信中的信号处理方法。



李有明(1963-), 男, 宁波大学教授、博士生导师, 主要研究方向为宽带通信、电力线通信、协作中继和认知无线电等。



余明宸(1991-), 男, 宁波大学信息科学与工程学院硕士生, 主要研究方向为电力线通信系统脉冲干扰。



卢倩倩(1991-), 女, 宁波大学信息科学与工程学院硕士生, 主要研究方向为无线传感器网络中的协作定位技术。